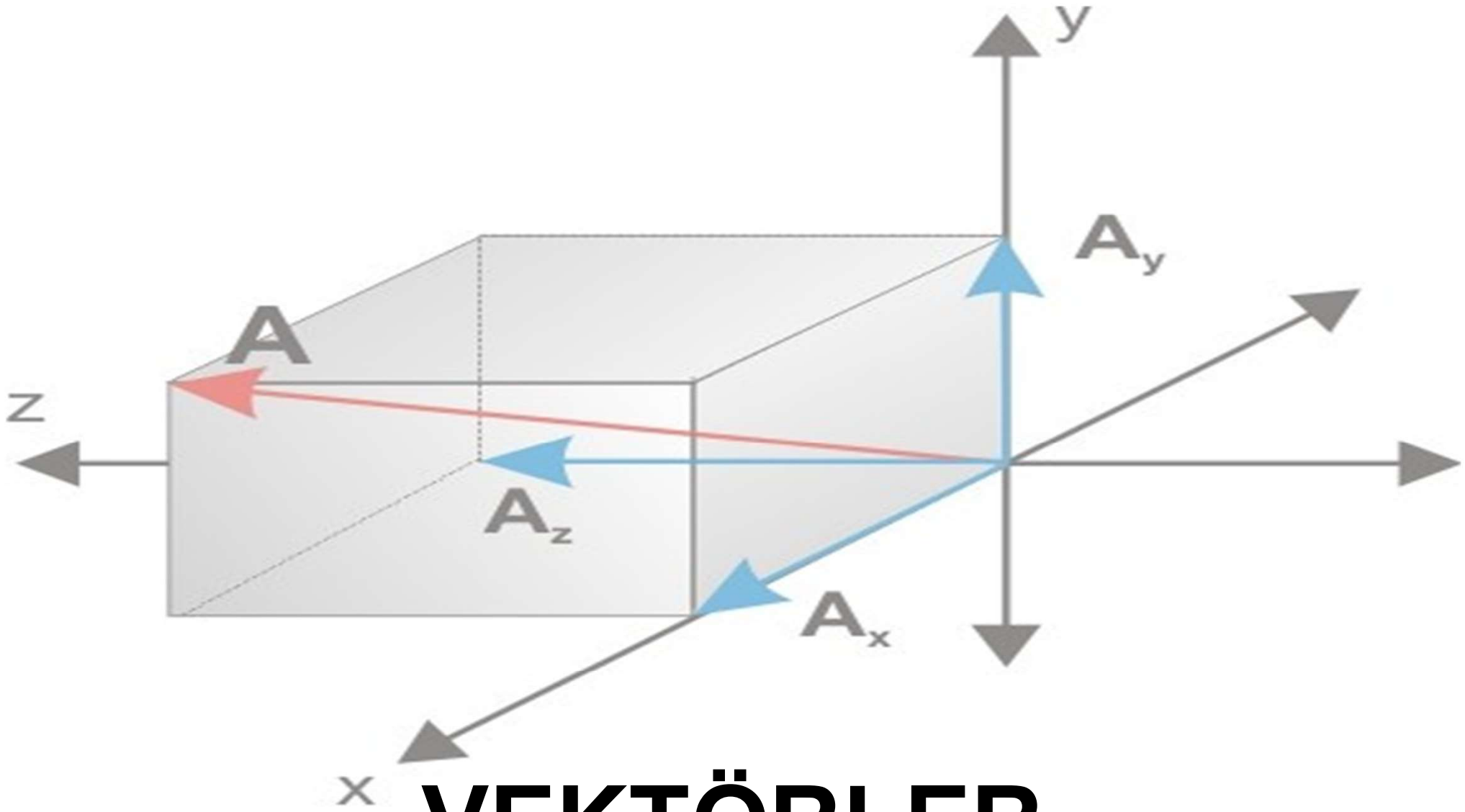


VEKTÖRLER

SKALER VE VEKTÖREL BÜYÜKLÜKLER

Mekanikte kullanılan büyüklükler, skaler ve vektörel olarak iki kısımda incelenir.

SKALER BÜYÜKLÜKLER

Yalnızca sayılarla ifade edilebilen ve bir birimi olan büyüklüklerdir.

Örnek:

uzunluk (3 metre), zaman (15 saniye), kütle (5 kilogram), sıcaklık (35^{o}C), güç (watt)

SKALER VE VEKTÖREL BÜYÜKLÜKLER

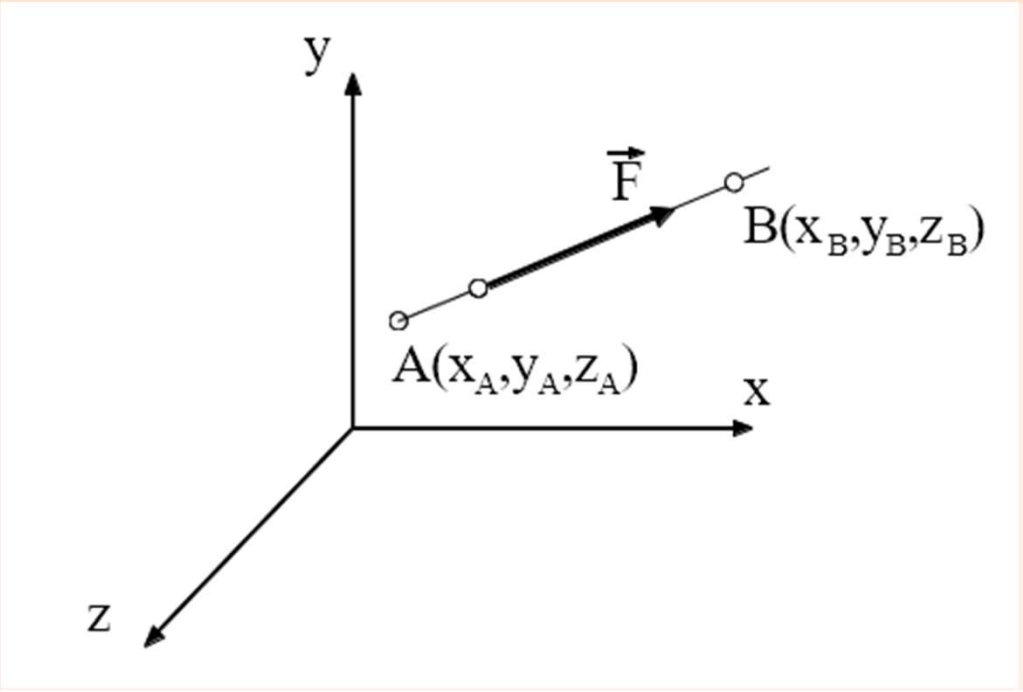
VEKTÖREL BÜYÜKLÜKLER

Ölçülen büyüklüklerin sayısal değeri ve birimi bazen bu veriyi anlamak için yeterli olmaz. Bu büyüklüğün şiddeti, yönü, başlangıç noktası ve doğrultusu da gerekir. Bunun gibi şiddeti, yönü, başlangıç noktası ve doğrultusu bilinen büyüklüklere vektörel büyüklükler denir.

Hız, kuvvet, ivme, yer değiştirme gibi fiziksel büyüklükler yönlü büyüklüklerdir. Bu tür büyüklükler yalnız sayı ve birimle ifade edilemez.

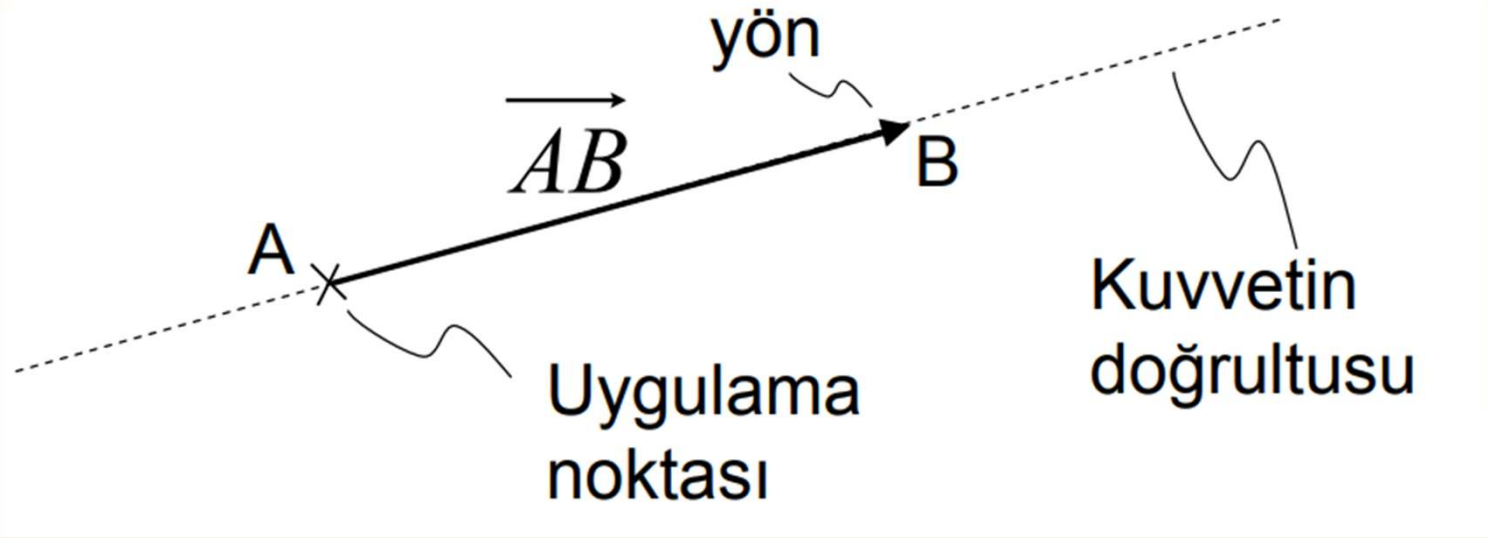
30 km/saat hızla giden bir tren denildiği zaman , olay net olarak ifade edilmemiş demektir. Hangi yönde gittiği sorusu akla gelmektedir. Örneğin Ankara’dan Eskişehir’e doğru 30 km/saat hızla giden tren denilseydi, tam olarak ifade edilmiş olurdu.

VEKTÖRLERİN GÖSTERİMİ



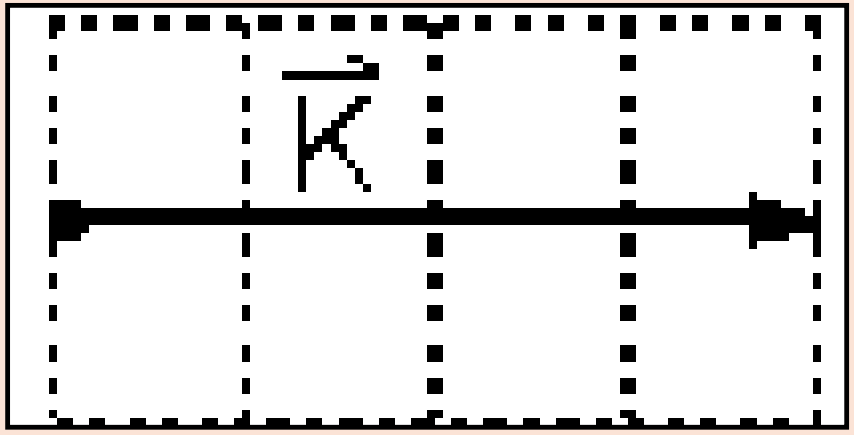
VEKTÖRLERİN GÖSTERİMİ

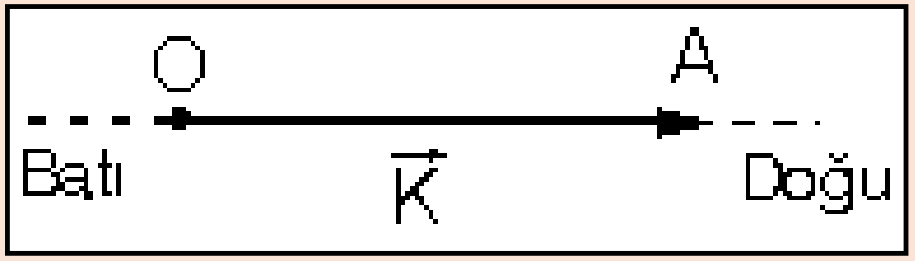
Vektörel büyüklükler şekilde görüldüğü gibi yönlendirilmiş doğru parçası ile gösterilir.



Bu vektörün dört elemanı vardır:

1. **Uygulama Noktası:** Vektörel büyüklüğün uygulandığı noktaya uygulama ya da başlangıç noktası denir.
2. **Büyüklüğü :** Vektörün sayısal değerine o vektörün büyüklüğü yada şiddeti denir. Şekildeki ölçekli düzlemde verilen K vektörünün büyüklüğü 4 birimdir.

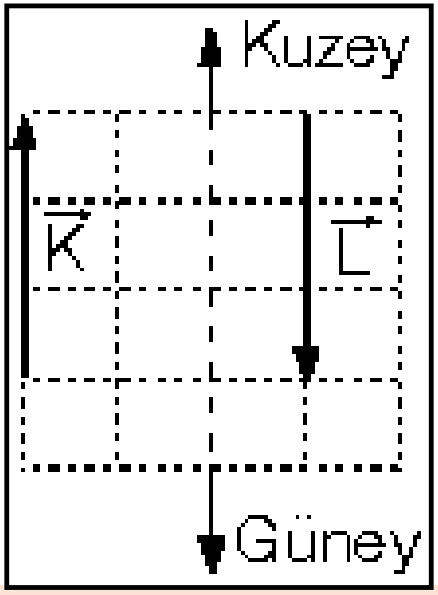




3. Yönü: Vektörel büyüklüğün yönü, doğru parçasının ucuna konulan okun yönündedir. Şekildeki K vektörünün yönü O dan A ya yöneliktir. Veya doğu yönündedir.

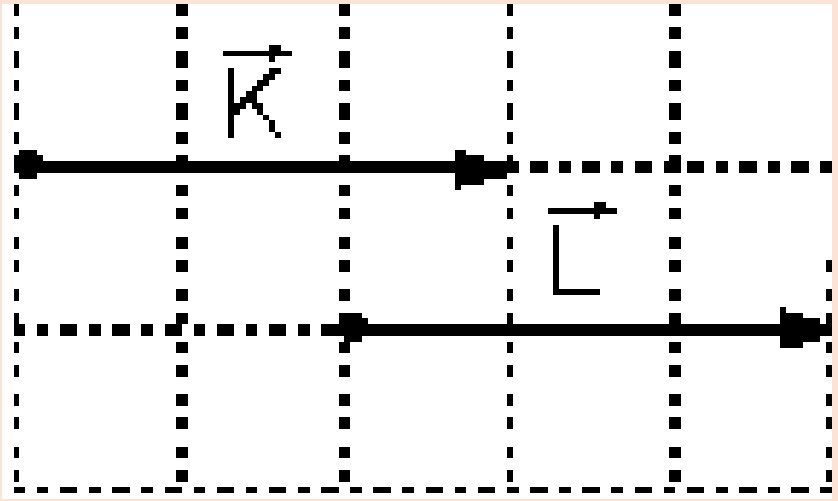
4. Doğrultusu: Vektörel büyüklüğün hangi doğrultuda olduğunu gösterir. Şekilde K ile L vektörlerinin yönleri zıt fakat her ikisi de kuzey – güney doğrultusundadır.

Buna göre, birbirlerine paralel olan vektörler çakışık olmasalar da doğrultuları aynı olur.



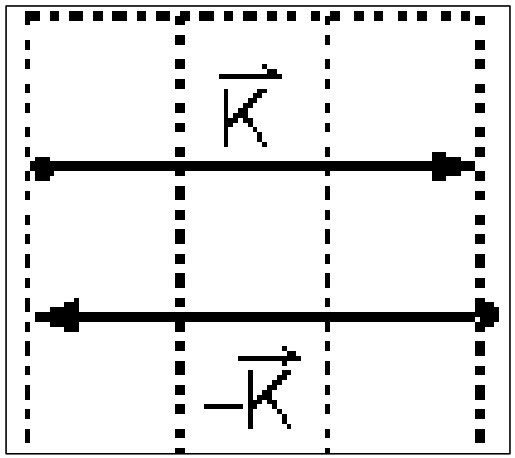
İki Vektörün Eşitliği

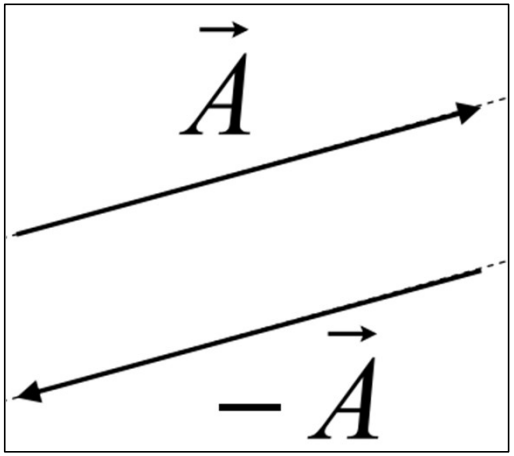
Aynı yönlü ve büyüklükleri aynı olan iki vektör birbirine eşittir. Şekilde, K ile L vektörlerinin şiddetleri, yönleri ve doğrultuları aynı olduğu için bu vektörler eşit vektörlerdir. (K = L)



Bir Vektörün Negatifi

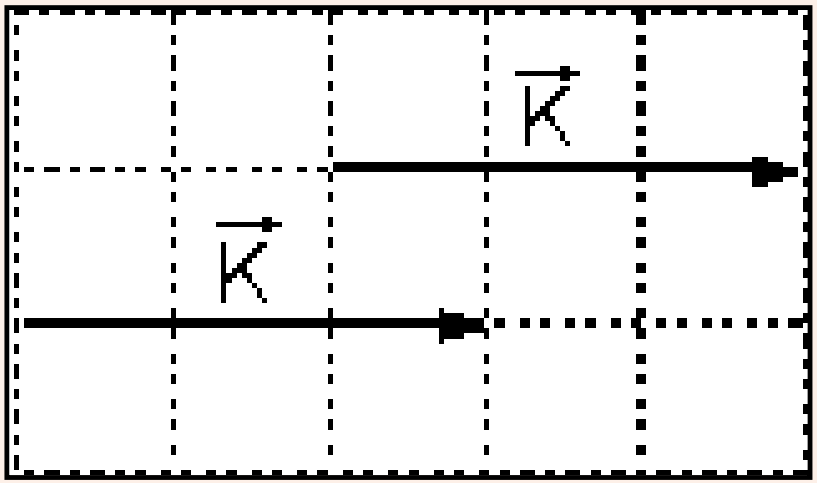
Bir K vektörüyle aynı büyüklüğe sahip, fakat yönü K vektörünün tersi olan vektöre, K vektörünün negatifi denir. Yani bir vektör ters çevrildiğinde o vektörün işareti değişir.





Vektörlerin Taşınması

Bir vektörün büyüklüğünü ve yönünü değiştirmeden bir yerden başka bir yere taşımak mümkündür.



VEKTÖRLERİN TOPLANMASI



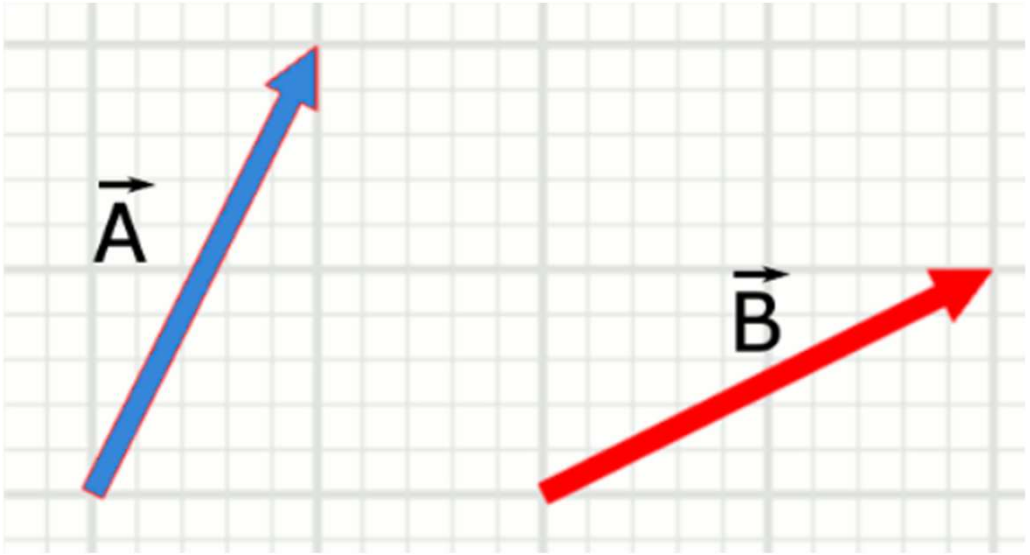
Vektörlerin toplanması için;

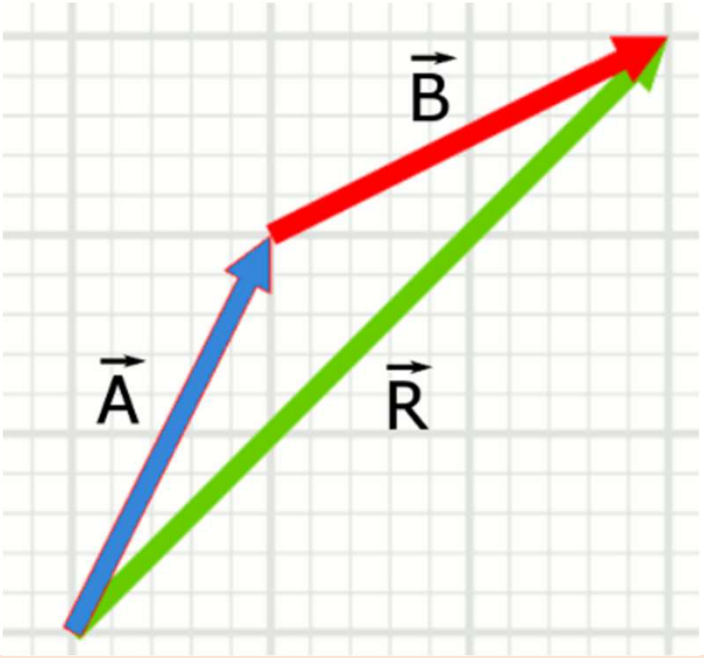
- ❑ Uç uca ekleme (çokgen) metodu
- ❑ Paralelkenar metodu

kullanılır.

1. UÇ UCA EKLEME (ÇOKGEN) METODU :

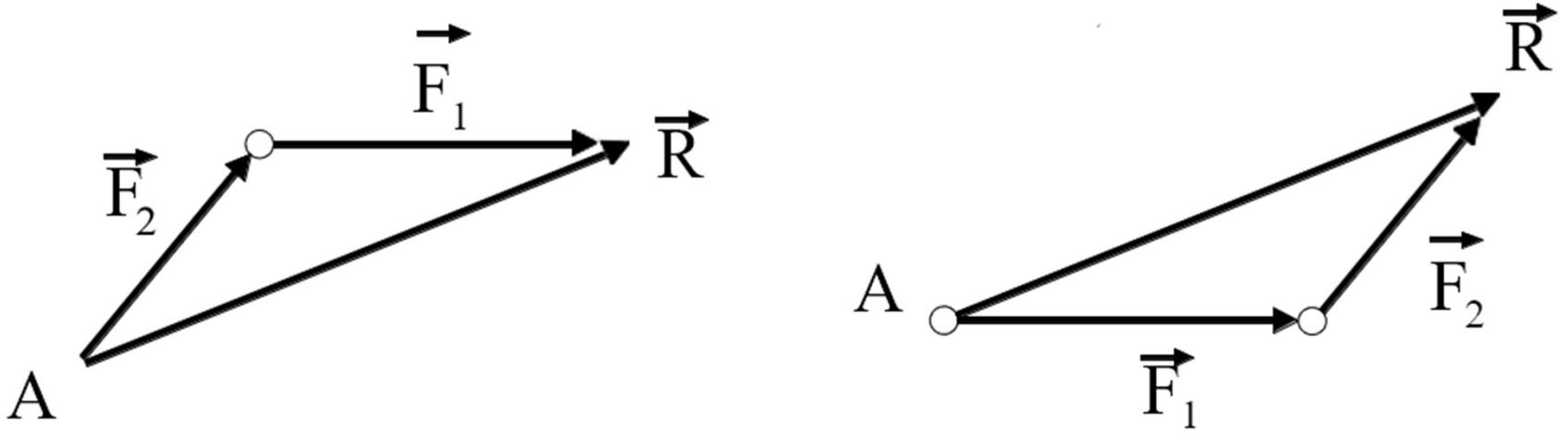
Uç uca ekleme metoduna göre, vektörlerin doğrultusu, yönü ve büyüklüğü değiştirilmeden, birinin bitiş noktasına diğerinin başlangıç noktası gelecek şekilde uç uca eklenir.





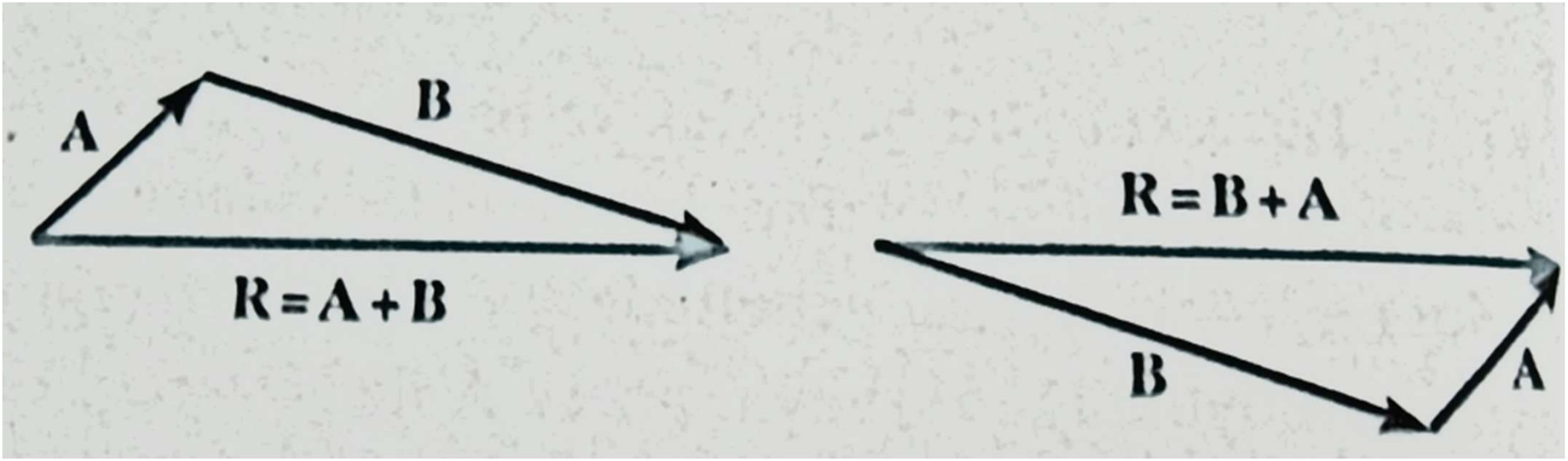
1. UÇ UCA EKLEME (ÇOKGEN) METODU :

İlk vektörün başlangıç noktasından son vektörün bitiş noktasına çizilen vektör toplam vektörü verir.



1. UÇ UCA EKLEME (ÇOKGEN) METODU :

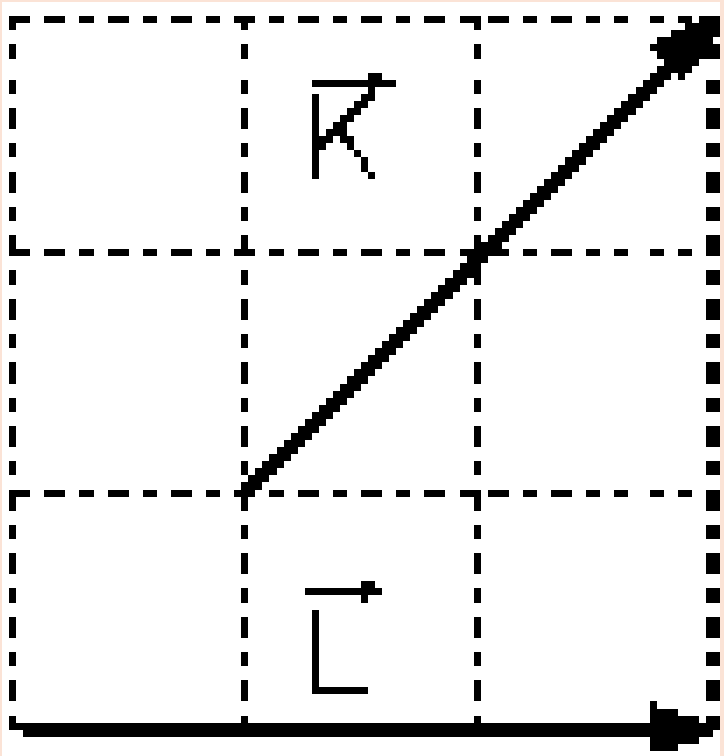
Vektörlerin toplanmasında değişme özelliği vardır.

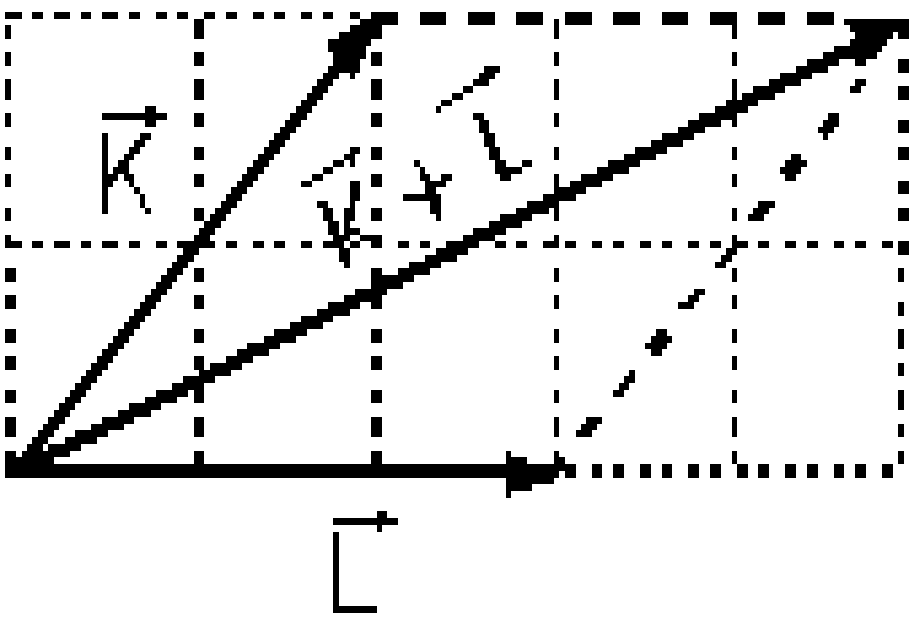


$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$$

2. PARALEL KENAR METODU:

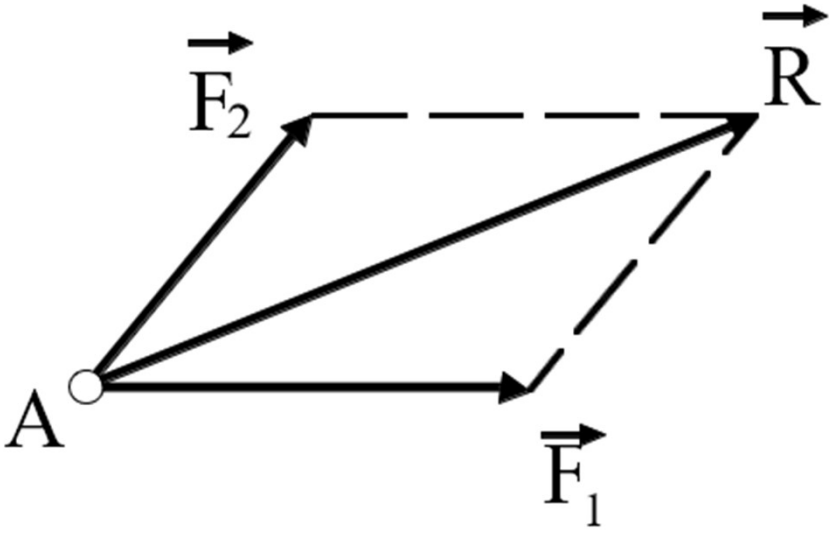
Paralel kenar metodu ile iki vektörü toplamak için, bu iki vektör uygulama noktaları aynı olacak şekilde bir noktaya taşınır.



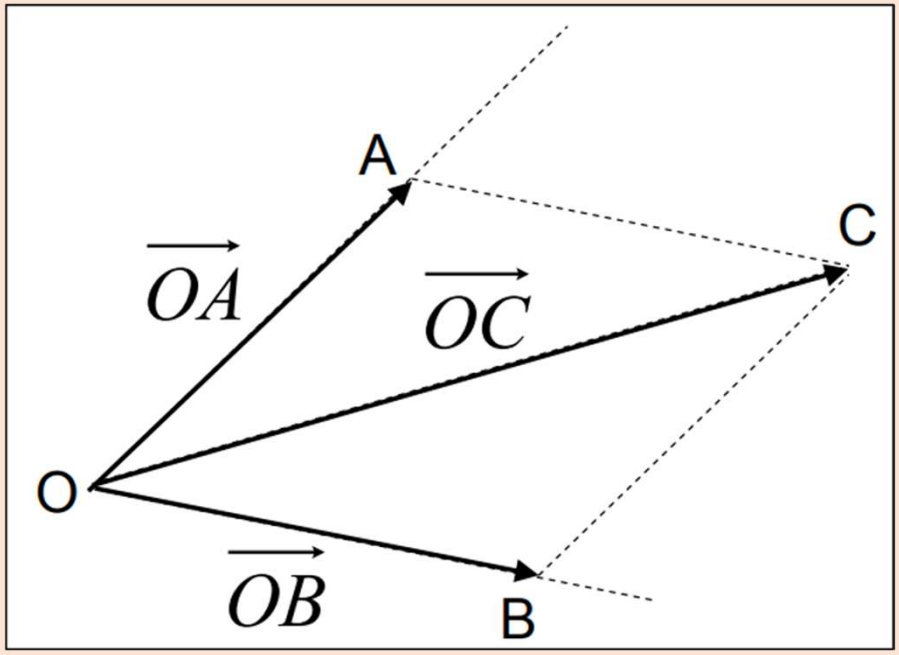


K vektörünün bitiş noktasından L ye paralel, L vektörünün bitiş noktasından da K ya paralel çizgiler çizilir. Böylece bir paralelkenar elde edilir. K ve L vektörlerinin çakışık olan başlangıç noktasını paralelkenarın karşı köşesine birleştiren vektör, iki vektörün toplamıdır.

2. PARALEL KENAR METODU:



$$\vec{R} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$$

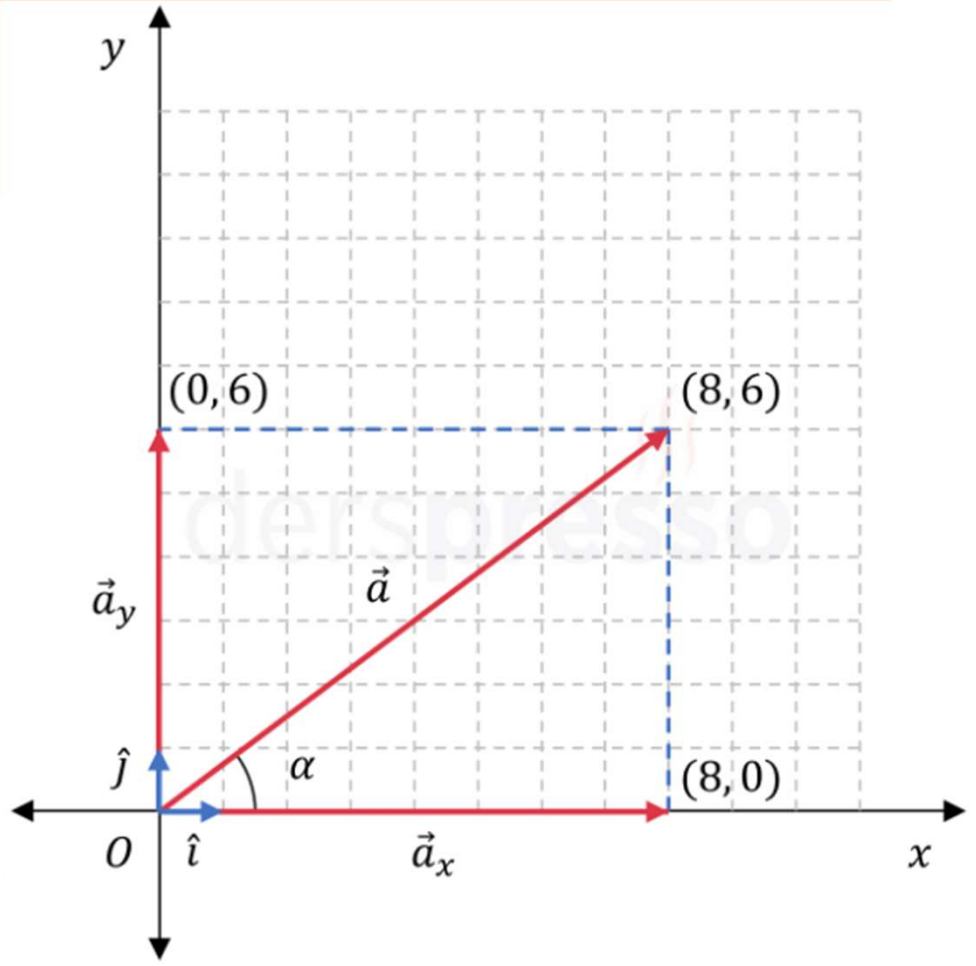


$$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$$

VEKTÖRLERİN BİLEŞENLERİNE AYRILMASI

Bir vektörü dik bileşenlerine ayırmak için, vektörün başlangıç noktası, (x,y) koordinat ekseninin başlangıcına (0,0) taşınır.

Vektörün ucundan x ve y eksenlerine dikler çizilerek bileşeni bulunur.



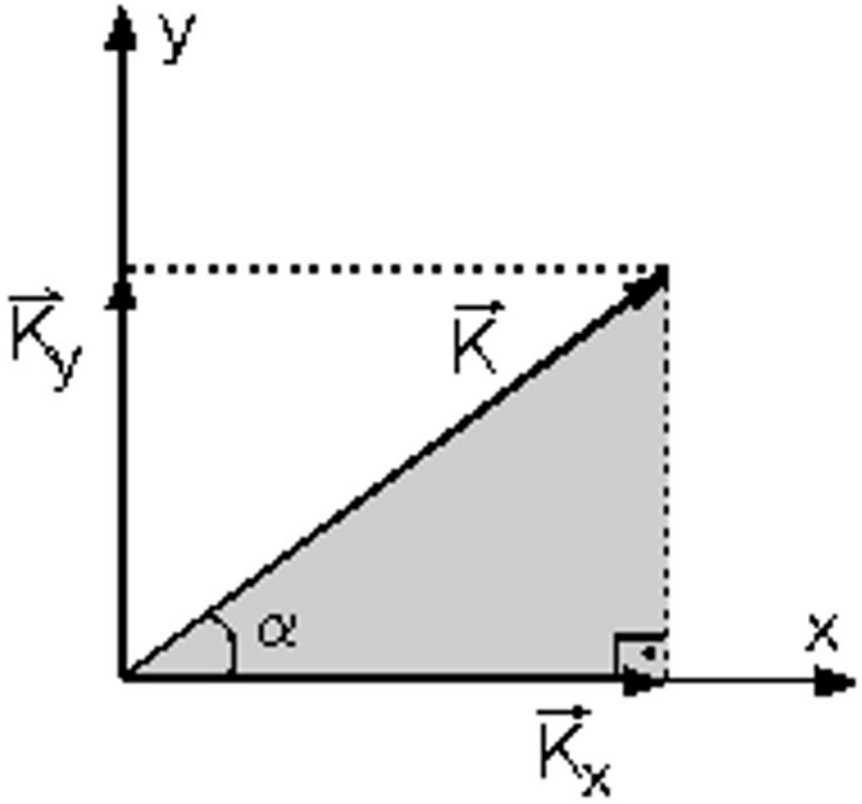
BİLEŞEN VEKTÖRLERİN ŞİDDETLERİ

K vektörünün Kx ve Ky bileşenlerinin şiddetlerini bulmak için taralı üçgendeki sinüs ve cosinüs formülleri kullanılır.

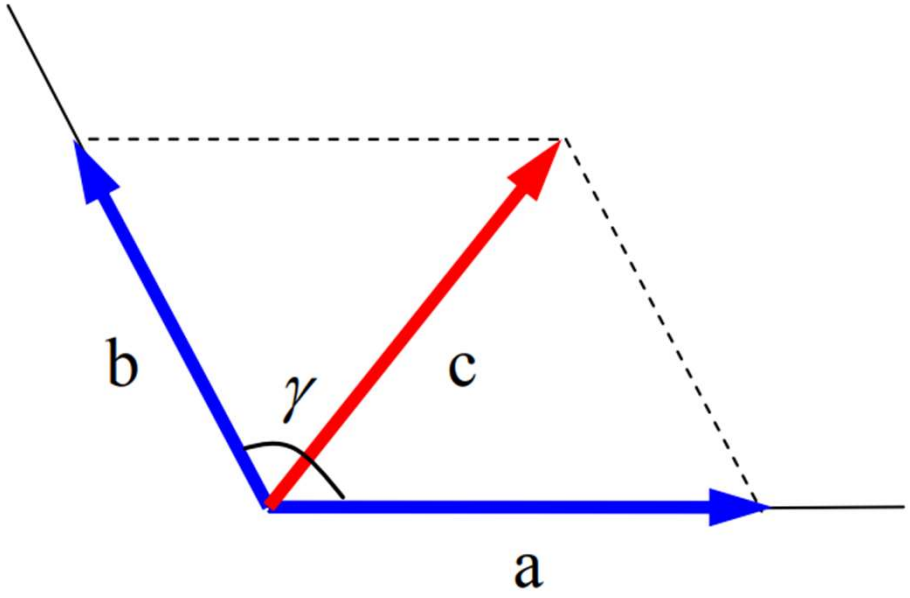
Taralı üçgenden,

Kx = K.cosα dır.

Ky = K.sinα dır.



BİLEŞKE VEKTÖRÜN ŞİDDETİ



$\vec{a}$ ve $\vec{b}$ vektörlerinin toplamı paralel kenar kuralına göre $\vec{c}$ vektörüne eşittir.

Vektörel olarak bu toplam $c^2=a^2+b^2$

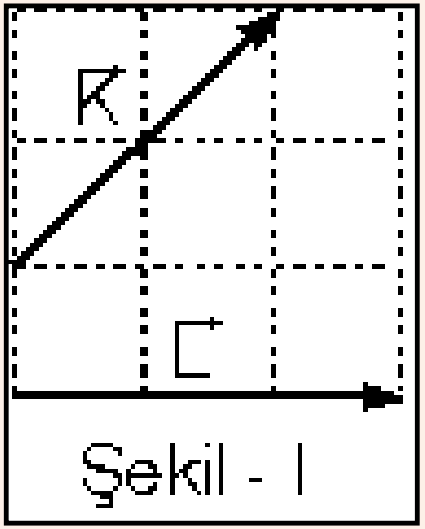
şeklinde tanımlanabilir. Eğer iki vektör arasındaki açı γ ise bileşkenin şiddeti

$c = \sqrt{a^2 + b^2 + 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos\gamma}$ olur.

VEKTÖRLERDE ÇIKARMA

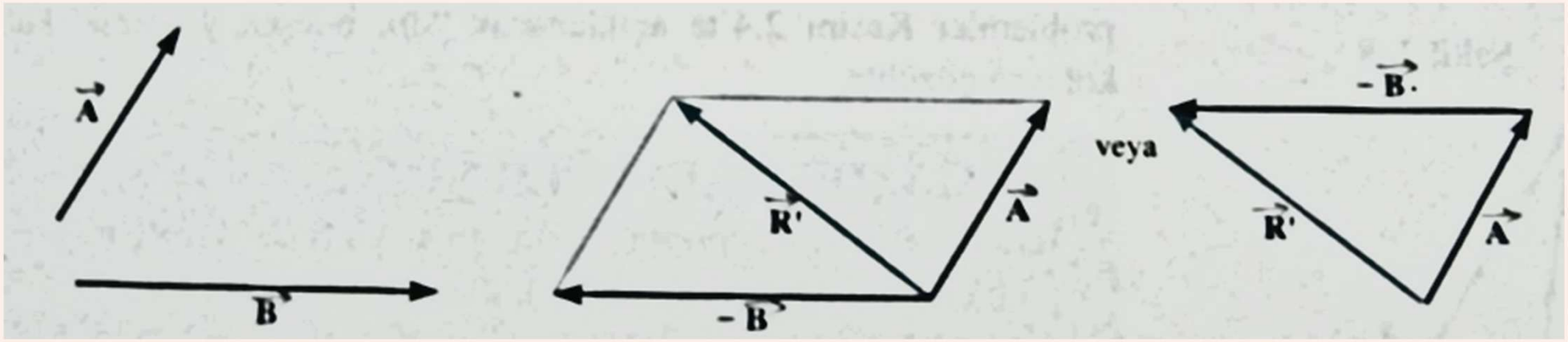
Vektörlerle yapılan çıkarma işlemi, toplama işlemine benzetilerek yapılabilir. Şekil-I de verilen aynı düzlemdeki K ve L vektörlerinden K – L vektörünü yani iki vektörün farkını bulmak için, K + (– L) bağıntısına göre, L vektörünü ters çevirip toplamak gerekir.

Eğer L – K vektörü sorulursa, L vektörü aynen alınır, K vektörü ters çevrilip toplanır.



Şekil - I

VEKTÖRLERDE ÇIKARMA



$$R' = \vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$$

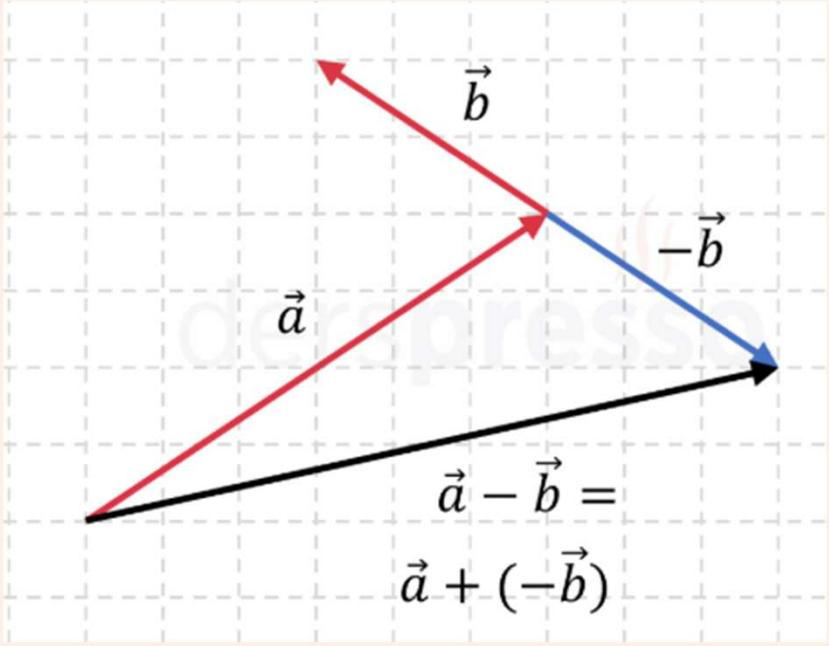
VEKTÖRLERDE ÇIKARMA

$\vec{a} = (x_1, y_1)$

$\vec{b} = (x_2, y_2)$ olmak üzere,

$\vec{a} - \vec{b} = (x_1, y_1) - (x_2, y_2)$

$= (x_1 - x_2, y_1 - y_2)$



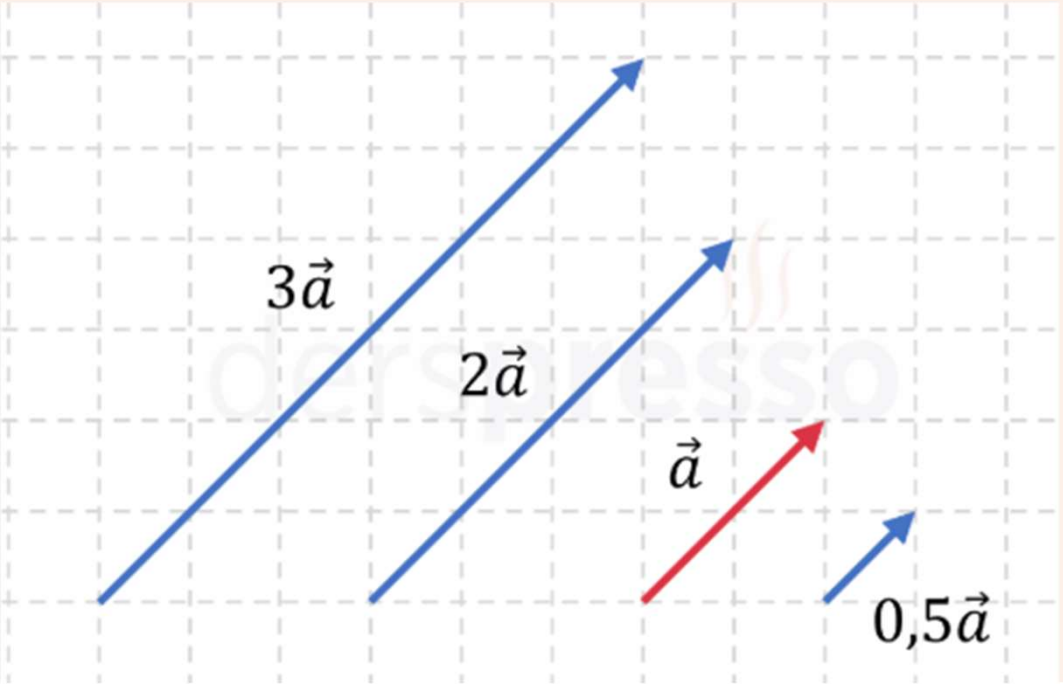
BİR VEKTÖRÜN SKALERLE ÇARPIMI

Bir vektör **pozitif** bir skaler büyüklükle çarpıldığında vektörün yönü değişmez, büyüklüğü skalerin büyüklüğü oranında artar ya da azalır.

$$\vec{a} = (x_1, y_1)$$

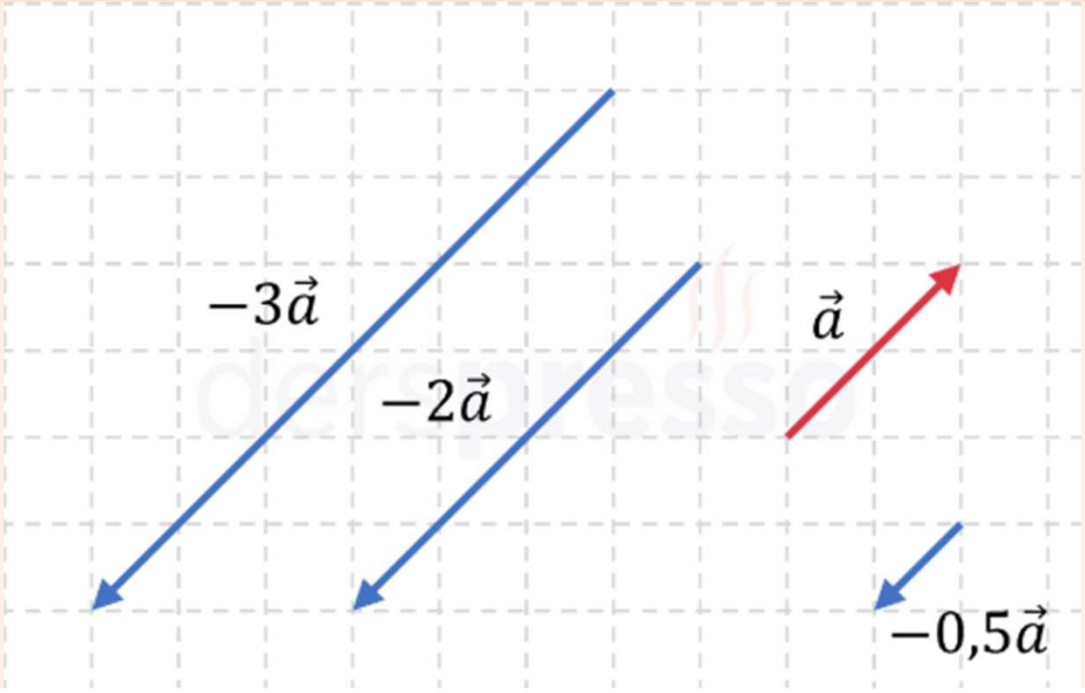
$$k\vec{a} = k(x_1, y_1)$$

$$= (kx_1, ky_1)$$



BİR VEKTÖRÜN SKALERLE ÇARPIMI

Bir vektör **negatif** bir skalerle çarpıldığında vektörün yönü zıt yöne döner, büyüklüğü skalerin büyüklüğünün mutlak değeri kadar artar ya da azalır.



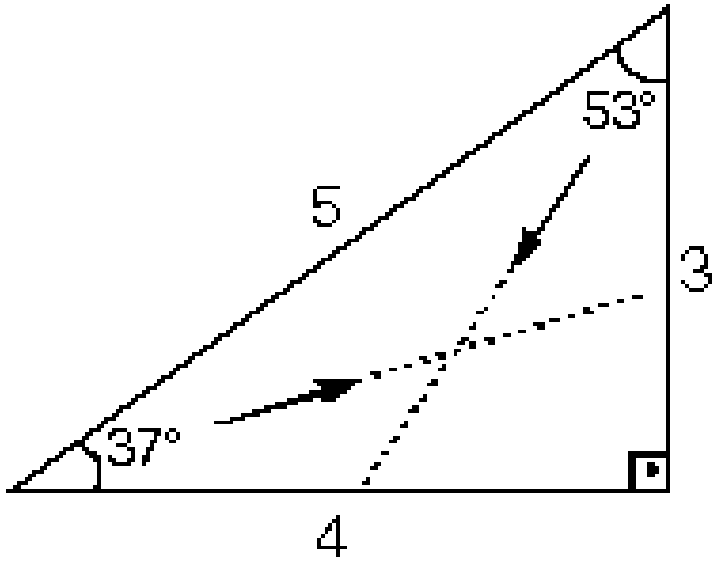
3 - 4 - 5 ÜÇGENİ

Fizikte en çok kullanılan üçgenlerden biri 3-4-5 üçgenidir.

Bu üçgende dik kenarlar 3 ve 4 birim, hipotenüs 5 birimdir.

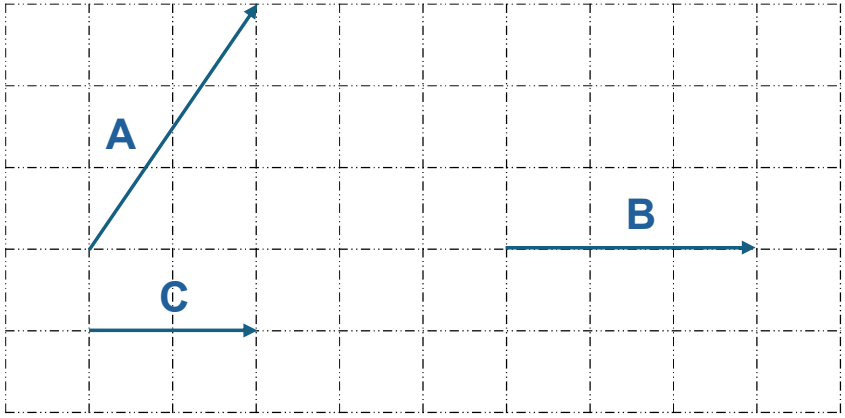
3 birimlik kenarın karşısındaki açı 37°

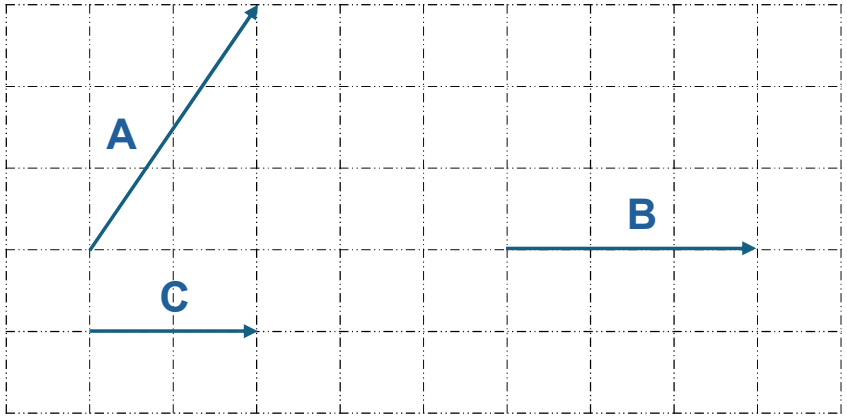
4 birimlik kenarın karşısındaki açı 53° dir.

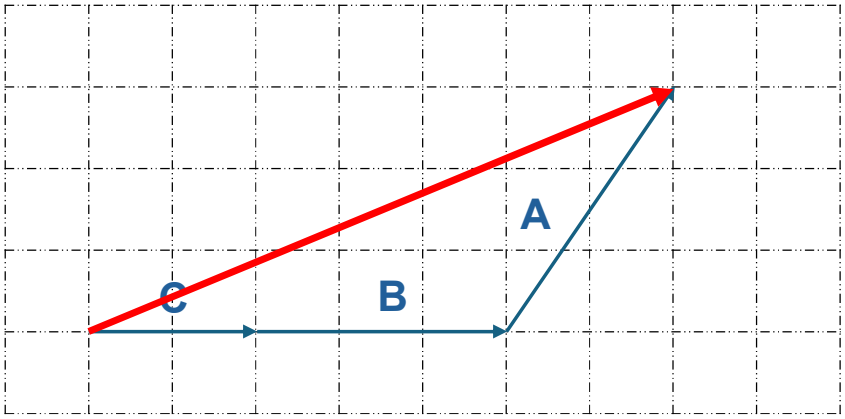


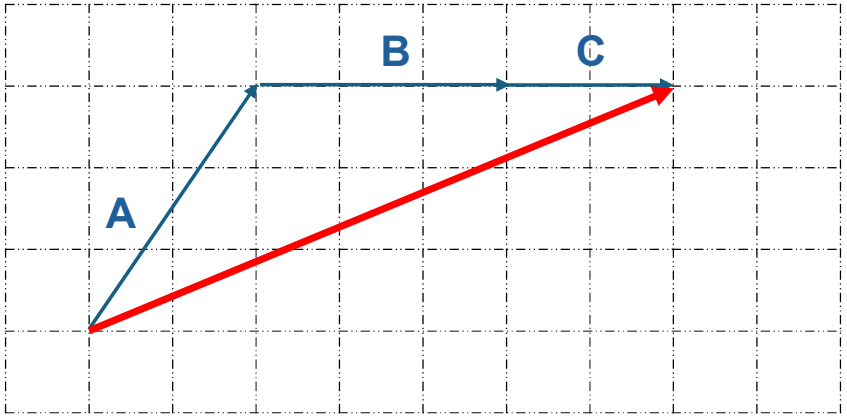
ÖRNEK 1: (Çokgen yöntemi ile toplama)

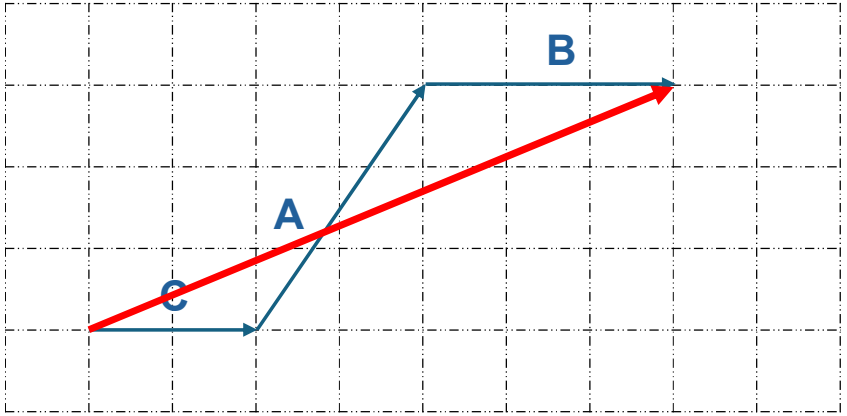
Şekildeki vektörler için: A+B+C toplam vektörünü çokgen yöntemi ile gösteriniz.




A
B
C

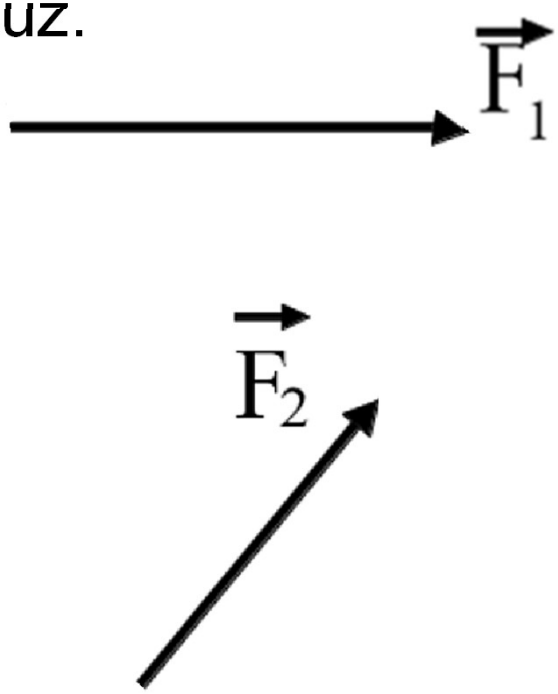

A
C
B

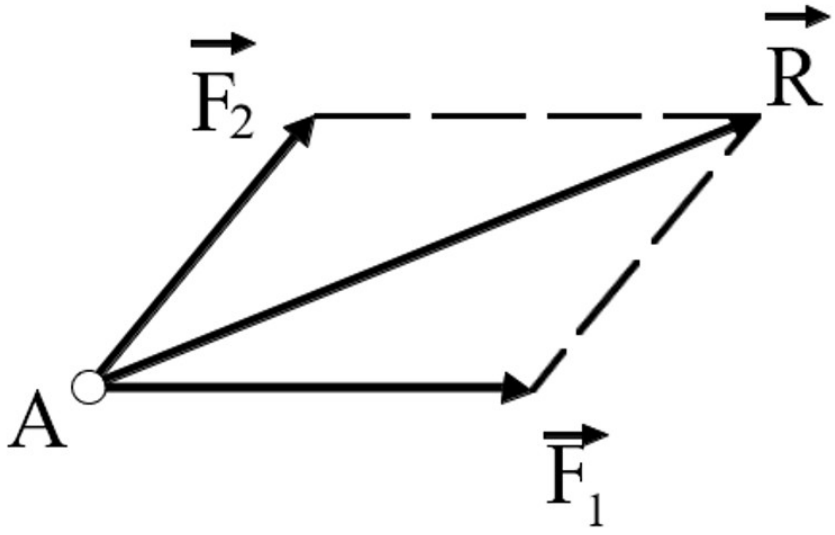

B
C
A


B
A
C

ÖRNEK 2: (Paralelkenar yöntemi ile toplama)

Aşağıdaki iki vektörün toplamını paralelkenar yöntemi ile bulunuz.





ÖRNEK 3: (Bir vektörün bileşenleri)

Yatayla 53º açı yapan, 32 N şiddetindeki vektörün, x ve y bileşenlerinin şiddetlerini bulunuz.

$\vec{A}$ = 32 N

α = 53º

$\vec{A}_x$ = ?

$\vec{A}_y$ = ?

$\vec{A}_x$ = A·Cosα = 32·Cos53 = 32·0,6

$\vec{A}_x$ = 19,2 N

$\vec{A}_y$ = A·Sinα = 32·Sin53 = 32·0,8

$\vec{A}_y$ = 25,6 N

ÖRNEK 4: (Bileşke vektörün şiddeti)

Şiddetleri 5 N ve 8 N olan iki vektörün aralarındaki açı 25º olduğuna göre, bileşke vektörün şiddetini bulunuz.

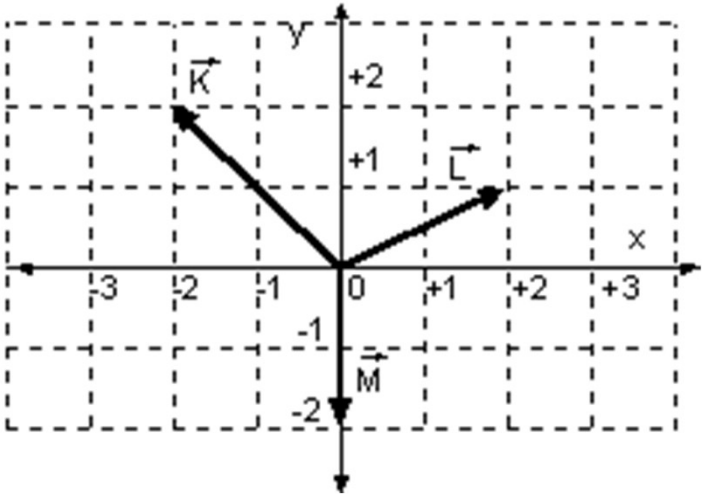
$$c = \sqrt{a^2 + b^2 + 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos\gamma}$$

$$c = \sqrt{5^2 + 8^2 + 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \cos 25} = \sqrt{25 + 64 + 80 \cdot 0{,}9}$$

$$c = \sqrt{161} = 12{,}7 \text{ N}$$

ÖRNEK 5: (Bileşke vektör)

Vektörlerin bileşkesini bileşenlerine ayırmak suretiyle kaç birim olduğunu bulunuz?



		X	Y
	K	-2	+2
	L	+2	+1
+	**M**	0	-2
	R	0	+1

Bileşke +Y yönünde 1 birimdir

ÖRNEK 6: (Vektörlerde çıkarma)

$\vec{a}$= (1,-4)

$\vec{b}$= (4,-1)

olduğuna göre $\vec{a}$ - $\vec{b}$ vektörünün koordinatlarını hesaplayıp şeklini çiziniz.

ÖRNEK 6: (Vektörlerde çıkarma)

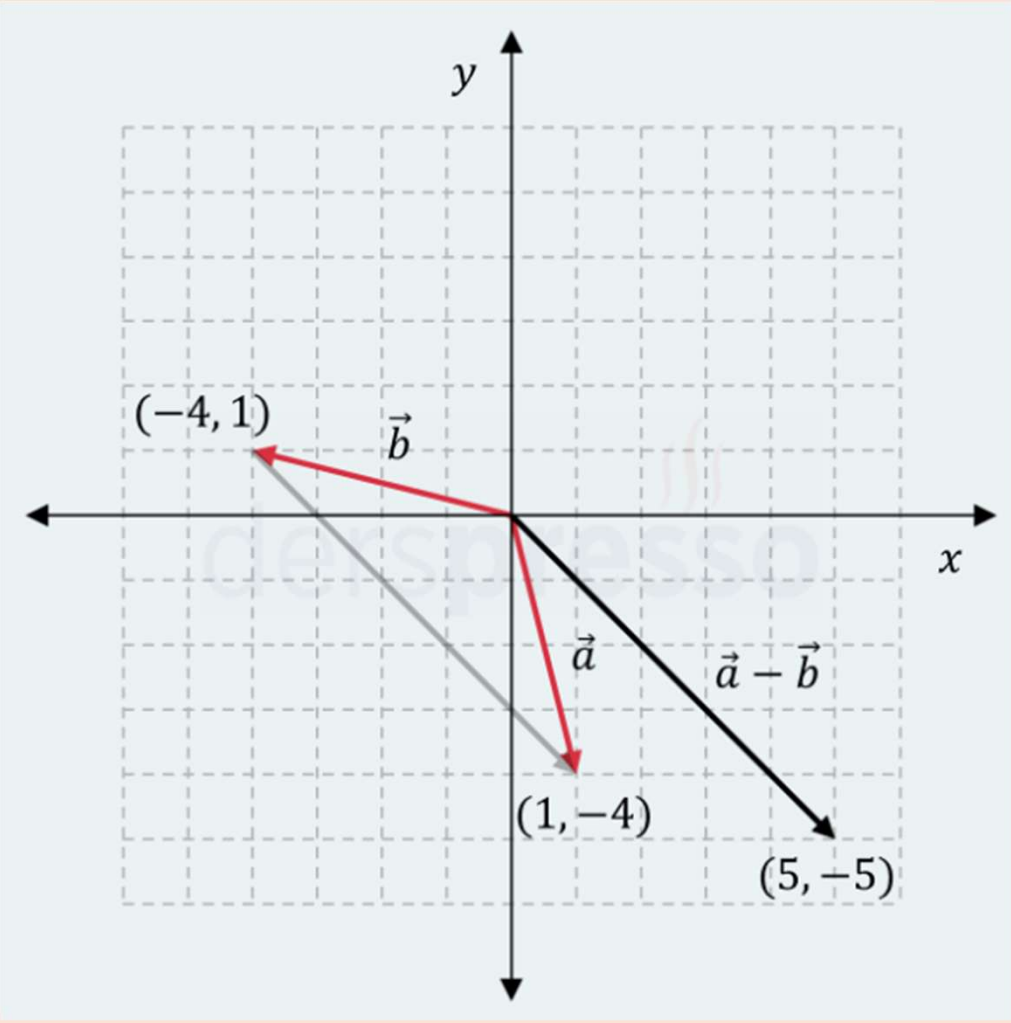
$\vec{a} = (1, -4)$

$\vec{b} = (-4, 1)$ olmak üzere,

$\vec{a} - \vec{b} = (1, -4) - (-4, 1)$

$= (1 - (-4), -4 - 1)$

$= (5, -5)$



ÖRNEK 7: (Vektörlerin skalerle çarpımı)

$\vec{a}$= (2,1)

$\vec{b}$= (2,-2)

olduğuna göre $3\vec{a}$ ve -2$\vec{b}$ vektörlerinin koordinatlarını hesaplayıp şeklini çiziniz.

ÖRNEK 7: (Vektörlerin skalerle çarpımı)

$\vec{a} = (2, 1)$ olmak üzere,

$3\vec{a} = 3(2, 1)$

$= (3 \cdot 2, 3 \cdot 1)$

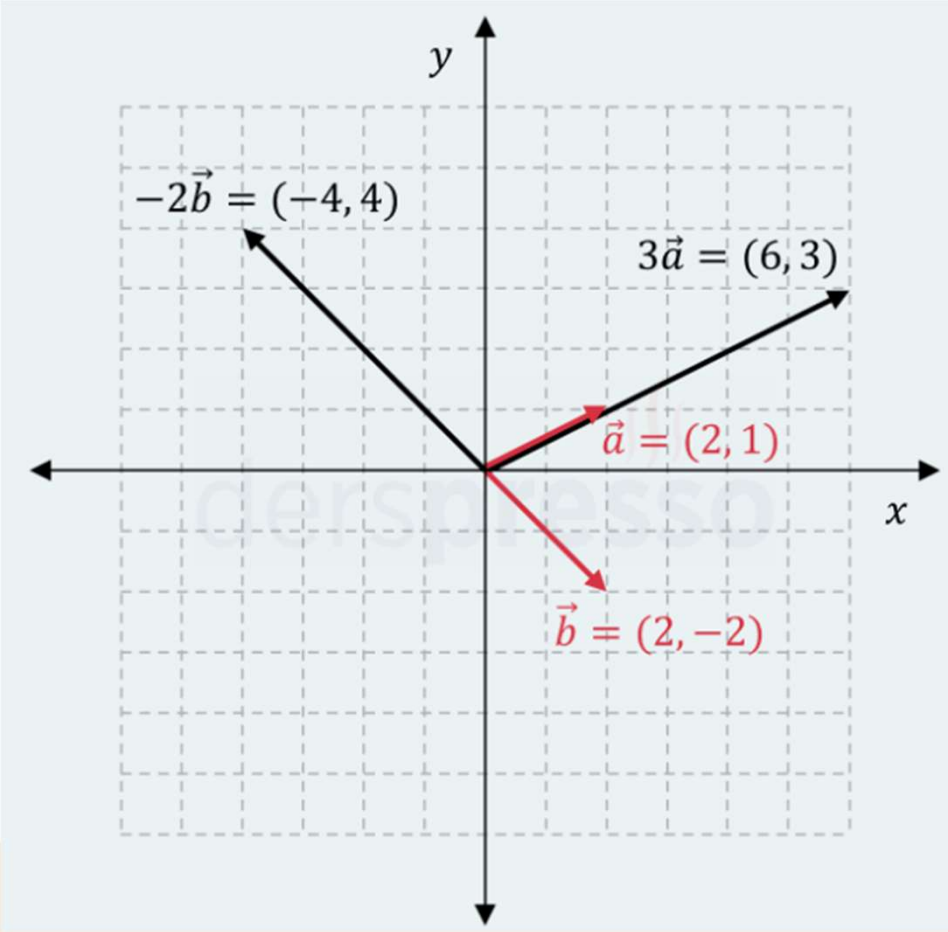
$= (6, 3)$

$\vec{b} = (2, -2)$ olmak üzere,

$-2\vec{b} = -2(2, -2)$

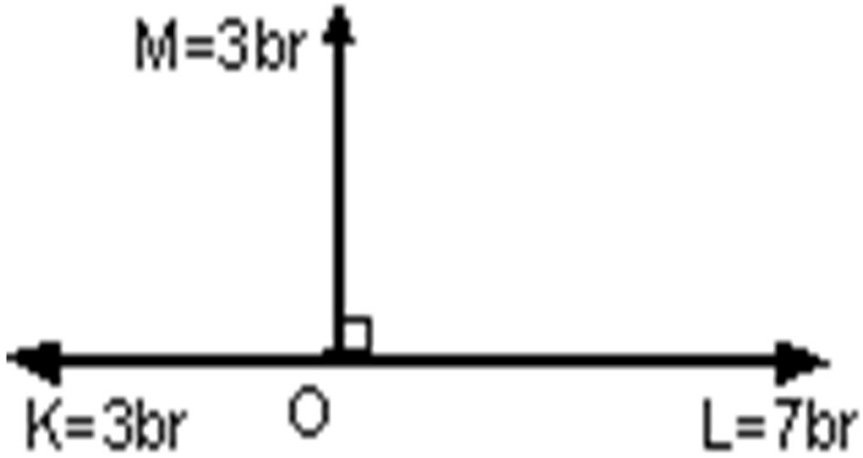
$= (-2 \cdot 2, -2 \cdot (-2))$

$= (-4, 4)$



ÖRNEK 8:

K+L+M vektörü kaç birimdir?



- K ve L zıt yönlü:

  R=7-3=4 br

- Bu toplam ise M ile dik olduğundan pisagor bağıntısından:

  $\sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ br

ÖRNEK 9:

Şekildeki vektörlerin bileşkesi kaç birimdir?

(sin37 = Cos53 = 0,6) (sin53 = Cos37 = 0,8)

